

国立科学博物館のフーコー振り子の改良について

佐々木 勝 浩

国立科学博物館 理化学研究部

On the Improvement of Foucault's Pendulum in the National Science Museum

By

Katsuhiko SASAKI

Department of Physical Sciences, National Science Museum, Tokyo

1. 序 言

昭和56年1月から4月にかけて、国立科学博物館1号館に展示のフーコー振り子が改良された。本文は、改良のために行った実験および検討、それによって決定した新フーコー振り子の詳細、新フーコー振り子の実験の結果などについて報告する。

当館のフーコー振り子は、重さ47.8 kg、直径20.1 cmの鉛球を、太さ1.2 mm、長さ約19 mの鋼線で吊り下げたもので、昭和9年4月に設置された(鈴木、1934)。支持装置は、当初はポツデナ氏が発表したもの(POZDENA, 1931)が使われたが、構造的な問題があり、間もなく別の型のものに取り換えられた。その支持装置は、互いに向き合った2組のナイフエッジを中間リングで受け、1点で直交させるようになっている。以後この型の支持装置をナイフエッジ型と呼ぶことにする。当時も橈円運動は起こりがちであったが、原因は解明されなかった。

昭和45年1月に行われた改良では、橈円運動の原因として、支持装置の長期使用による摩耗または欠損の可能性が指摘された(村内・浅沼、1970)。調査の結果、2組のナイフエッジを結ぶ直線が上下に0.2 mm離れていることがわかり、ナイフエッジが再研磨され中間リングが新しいリングと取り換えた。この改良で橈円運動の程度は少なくなったが、完全に除くことはできなかった。

この改良の直後、次の実験が試みられている。太さ25 mm、長さ32 mmのボルトに縦に1.2 mmの吊り綿がようやく通る小孔をあけ、これに吊り線を通して振り子を吊り下げるものである。以後この型の支持装置をボルト型と呼ぶことにする。その後、展示はボルト型のまま続けられ、今回の改良に至った。

2. 振り子の実験と検討

振動実験

改良に先き立ち、当振り子の特性を調査し、ボルト型とナイフエッジ型の2種の支持装置の比較・検討を行った。

〔実験の概略〕 両支持装置について、振動の減衰、振動面の回転、橈円の横振れと回転方向のデー

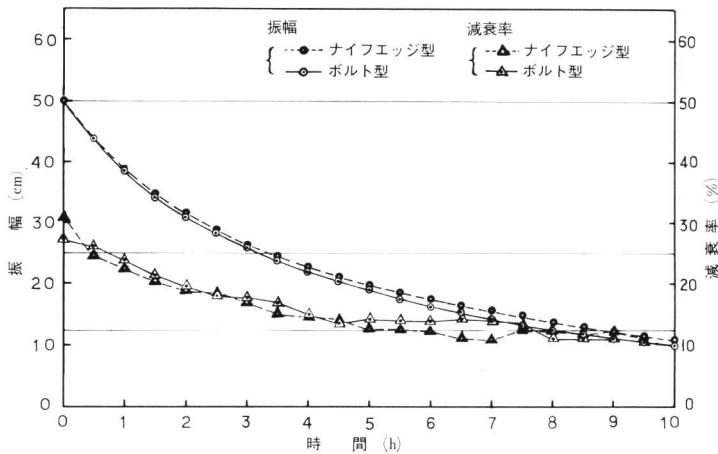


図 1 旧フーコー振り子の減衰の状況

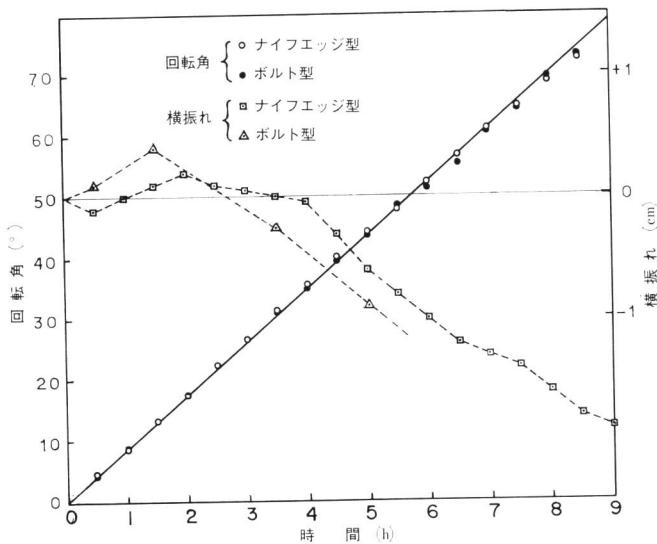


図 2 旧フーコー振り子の振動面の回転と梢円運動による横振れ

タを取った。実験は、1月28日と30日の2日間に行った。目盛盤上に紙を固定し球の下の棒の先端を利用して30分ごとに振幅の最大の振れの位置を印した。これから振動の減衰と振動面の回転のデータが得られる。梢円運動は横振れの振幅を読み取り、右回りを正とする符号を付けて回転方向を表わした。

〔実験の結果〕 振動の減衰、振動面の回転、梢円運動の横振れを図1、図2に示す。両支持装置について減衰の早さを比較するため、振幅50cmから25cm、25cmから12.5cmまで減衰するのに要した時間を図から読み取り表1に示した。なお、ボルト型では、振幅を50cm以上から振り始めなかつ

たので、関数近似による実験式を求め外挿した。実験式は、2つの指数関数の和の形を採ることによって測定値とよく適合し、外挿がある程度可能となる。ボルト型では、振幅を $A \text{ cm}$ 、時間を $t \text{ h}$ とすると、実験式は次のような。

$$A = 30.3 \exp(-0.117t) + 13.5 \exp(-0.560t)$$

表 1 振幅が $1/2$ に減衰するためには要した時間の比較

支持装置	振幅 $50 \sim 25 \text{ cm}$		振幅 $25 \sim 12.5 \text{ cm}$	
	h	m	h	m
ボルト型	3	14	4	53
ナイフエッジ型	3	27	5	18

表1から、ナイフエッジ型がボルト型より幾分減衰が少ないことがわかる。ある時刻の減衰率を、振幅の変化の傾きを振幅で割ったものと定義し、傾きを図から読み取って減衰率を求めた(図1)。減衰率は振り始めで大きく、振幅の減衰とともに小さくなる。減衰率も当然ながらナイフエッジ型が幾分少ない。

振動面の回転は、地球の自転による理論値にはほぼ一致し、支持装置による差は特に認められなかった。橈円運動は、両支持装置とも発生しており、ともに振動開始後3時間位で右回りから左回りへ逆転し、その後横振れが増加した。

振り子と支持装置の検討

〔振動の減衰と橈円運動の原因〕 振り子の振動の減衰は、支持装置の機械的な摩擦抵抗と、球と吊り線に作用する空気抵抗が原因である。実験では2種の支持装置によって減衰に差はあるがその差は大きなものではなかった。その理由は、両支持装置とも摩擦抵抗が同程度か、空気抵抗に比べて小さいかのどちらかであろう。

橈円運動の発生の原因是、振り子の振動位置による気流の差、支持装置の振動方向による支点の誤差、などが主なものである。前者による橈円運動は周期的に発生しないが、後者によるものは周期性を持っている。その上、地球の自転による支持装置の相対的な回転が加わるので、実際の運動は非常に複雑になることが予想される。

〔球と吊り線〕 球と吊り線には空気抵抗だけが関係する。

吊り線の空気抵抗が無い場合は、同一材質では球の直径が大きい程、同一直径では密度が大きい程減衰が少ない。その理由は、空気抵抗は球の断面積(半径の2乗)に、振動のエネルギーは球の質量(半径の3乗と密度)に比例するからである。また、長い振り子程減衰が少ないが、同一の振幅で比較すると、振り子が長い程平均速度が小さく、空気抵抗が速度の2乗に比例して減るからである。

次に吊り線の空気抵抗を考慮した場合を考える。旧振り子では、吊り線の質量は 170 g で鉛球の 0.4% にも満たないが、断面積は 229 cm^2 で球のそれの 73% になる。物体の後方に渦が十分発達した状態で形状による抗力係数は、吊り線のような長い円柱で 1.2 、球はその約 $1/3$ 程度である(室田, 1969)。これから吊り線の減衰への影響を無視できないことがわかる。

〔支持装置〕 ボルト型の利点は、構造が簡単で製作が容易な上、1点の支持のため減衰と橈円運動が少ないと思われることである。しかし、吊り線の小孔中の微かな遊びや支点付近の金属疲労に問題がある。過去10年間吊り線が切れたことはないが、今回は振幅を大きくするので危険性は増大する。

ナイフエッジ型は、機械的な摩擦抵抗が非常に小さいことが利点であるが、いくつかの問題点がある。すなわち、重りの荷重による中間リングの曲げ、中間リングと上側のナイフエッジの2振動軸の回りの慣性モーメントの差、ナイフエッジやリングの摩耗とそれらへの塵の侵入などである。

中間リングの曲げは、2つの振動軸に誤差を与え、振動方向による周期の差を生じ梢円運動を発生させる。旧リングは、形状の検討の結果、約半分の大きさに縮小でき、その結果曲げを減少させ梢円運動を抑えられることがわかった。

中間リングなどの慣性モーメントの影響は、旧支持装置について概算した結果非常に小さく、このために予想される位相のずれの周期は80年以上であることがわかった。新支持装置で中間リングを小さくすることは、この影響をさらに小さくすることになる。

摩耗および塵の侵入には、定期的な保守・点検が必要であろう。

以上のように、ナイフエッジ型の問題点は技術的に解決できることがわかった。これらの結果と実験結果を総合して、ナイフエッジ型が有利であると判定した。

3. 新フーコー振り子の詳細

球と吊り線

重りの球は、鉛が外見や工作精度で問題があるので、ステンレス鋼球にクロムメッキとした。ステンレスの比重は鉛より小さいが、直径を15%増の23cmにしたので重さは3.8%増の49.6kgとなった。このため、球の断面積は約32%増加し減衰に不利になった。なお、球には電磁石による始動のため幅4cmの鉄の帯が全周に埋めてある。

吊り線は直径1.2mmのステンレス(Sus 304)鋼線で、支点から球の中心までの距離は旧振り子より50cm長い約19.5mである。吊り線の断面積の増加は減衰に不利であるが、長さの増加は有利に働くので実際の効果は不明である。吊り線の抗張力は荷重の約2倍の100kg以上で、過去10年の実績がある。なお、鋼鉄線の抗張力は200kg以上であるが、腐蝕が進むので長期の使用には不適当である。

支持装置

支持装置は、振幅を大きく取れるナイフエッジ型を採用した。中間リングは直径34mm、内径12mm、厚さ14mmで旧リングの約半分の大きさになっている。下側のナイフエッジは、従来の横から支える方式でなく、下から突き上げるようにした。上側のナイフエッジは、それ自体に穴をあけ、吊り線の固定部分を差し込むようにした。このため、上下のナイフエッジはそれぞれ一体化したまま研磨できるようになった。これらの改良によって、支持装置は荷重に対する強度が増し、リングやナイフエッジの工作精度を向上させることができた(図3、図4、図5)。

観察装置

目盛盤は直径150cmの円盤で、高さ30cm、直径300cmの方位をデザインした花崗岩のステージ上に載っている。目盛盤には、全周の角度目盛の他、10分毎の時刻目盛、振動方向を感じる赤外線センサとそれを表示する表示ランプが並んでいる。

赤外線センサは、発光部と受光部とが1対になっており、球の下の棒の先端の反射によって球の通過を感じる。通過信号は、制御装置の記憶素子に記憶され、表示ランプを点灯する。センサおよび2個の対称な位置の表示ランプを1組とし、10分ごとに1組、全体で8時間分48組が各々の記憶素子に対応する。記憶素子は48個直列に並んだレジスタとなっており、通過を記憶した次の素子だけゲートが開き、受信可能な状態となる。これによって、並んだセンサに順次入る信号だけが受け入れら

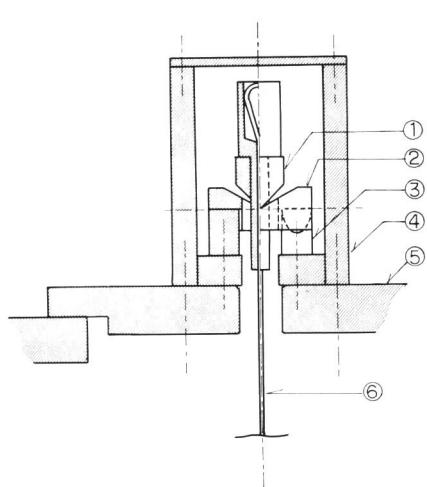


図 3 新しい支持装置 ①ナイフェッジ（上側）②中間リング、③ナイフェッジ（下側）④覆い、⑤取付け台、⑥吊り線。

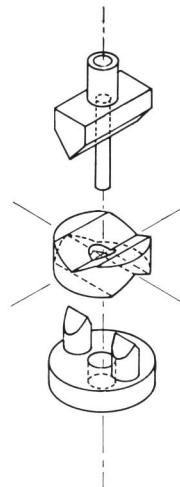


図 4 支持装置見取り図

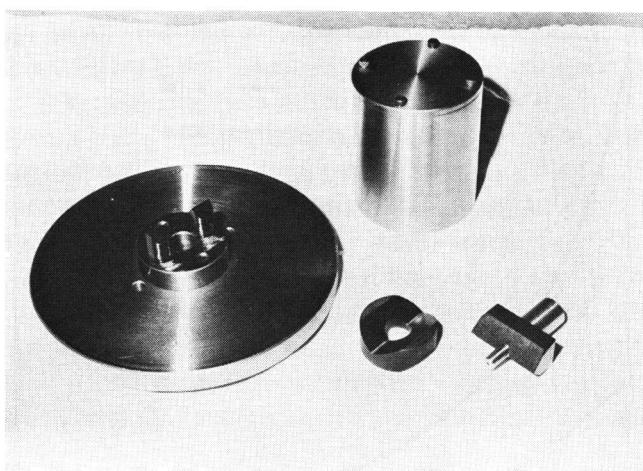


図 5 完成した支持装置

れ、いたずらによる振動方向の乱れや極端な梢円運動の場合の誤動作を防いでいる。

振り子の始動は、球を電磁石で引き寄せ、電流を切って始動させる方法を採用した。使用した電磁石の吸引力は 30 kg あり、振幅 90 cm の始動位置での水平方向の分力は約 2.3 kg で十分である。電磁石は球面に合うように加工してあり、これを移動式スタンドの可動腕に取り付け、水平または振動の弧の接線方向へ引くようになっている。

観察の小道具として、振動方向を見るためのスケール、球の棒の先端で倒すためのプラスチック小

柱、粉体を棒の先端で搔き切ってゆくための受け皿を用意した。

4. 新フーコー振り子の特性について

完成後の振動状況

新フーコー振り子の改良工事は、4月14日大部分が完成し、仮公開の形で展示を開始した。しかし、表示ランプの回路の調整に手間がかかり、完全に動作したのは4月末であった。完成後の振動状況の観察によれば、振幅90cmの振り始めでは減衰が非常に大きいが、振幅の減少とともに減衰は急速に小さくなり、中心から29cmのセンサまでは4時間かかった。振動がセンサより内側になると感知しなくなるので、1日の展示時間中に2度振り始める必要がある。

振動実験と結果

新、旧フーコー振り子の特性を比較するため、8月3日振動実験を行った。得られた減衰曲線、梢円運動、振動面の回転を図6、図7に示す。振幅50cmから25cm、25cmから12.5cmに減衰する時間は、それぞれ3時間30分と5時間15分であった。この値は、旧振り子のナイフエッジ型とほぼ同じである。なお、振幅12.5cmはデータがなく、前と同様の外挿を行った。新振り子の減衰の変化の実験式は次のようになる。

$$A = 47.0 \exp(-0.126t) + 46.5 \exp(-0.718t)$$

梢円運動は発生が早く、1時間後の横振れは1cmに達した。振り始めの振幅が違うので正しい比較はできないが、この値は旧振り子より大きい。

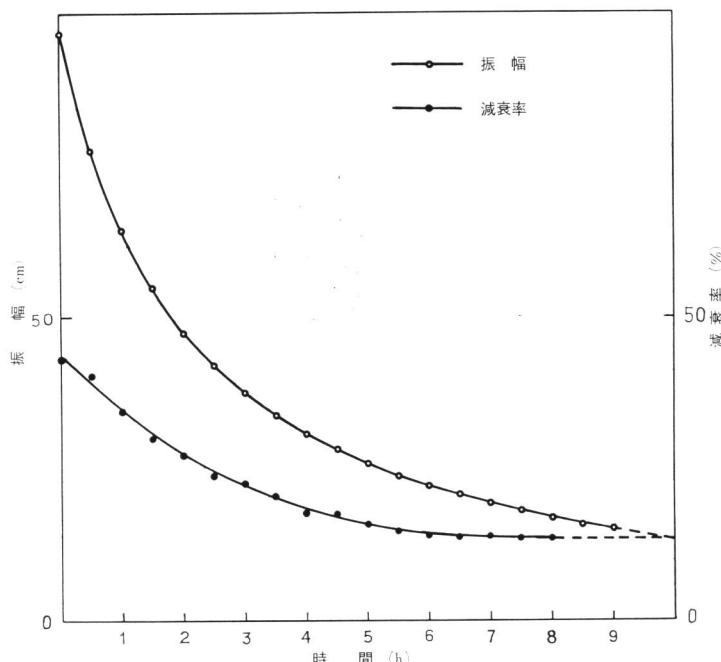


図6 新フーコー振り子の減衰の状況

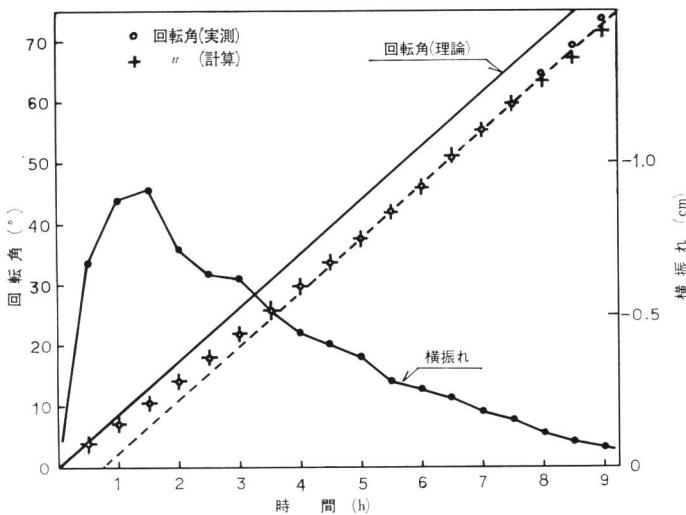


図 7 新フーコー振り子の振動面の回転と梢円運動の横振れ

中間リングの曲げ

梢円運動の原因としての中間リングの曲げを調べるために荷重試験を行った。荷重試験にはオルゼン式 10 t 万能試験機を用いた。1 対のリング受け金具でリングを挟み、1 t レンジ（最小目盛 1 kg）で、10 kg から 100 kg まで荷重を変化させ、10 kg ごとのリングの曲げを受け金具に固定したダイアルゲージで読み取った。荷重試験機は試験を行う前に 20 kg の検力用重錘で検定した。

測定には、旧支持装置のリングと、新支持装置の予備のリング（焼入れ後、研磨前のもの）を使用した。測定は 4 回以上づつ行い、不安定な 1 回目を棄て、2 回目以後を平均した。

中間リングの曲げの変化を図 8 に示す。曲げは荷重と単純な比例関係にあることがわかる。直線の傾きから求められる単位荷重当りの曲げは、旧リングで $0.188 \mu\text{m}/\text{kg}$ 、新リング $0.1 \mu\text{m}/\text{kg}$ である。従って、荷重 50 kg における新、旧リングの曲げはそれぞれ $5.0 \mu\text{m}$, $9.4 \mu\text{m}$ となる。

直交する 2 つの振動軸が Δl だけ離れた時に生ずる振動の位相のずれの周期 T を表 2 に示す。表の b に、振幅 90 cm で減衰がないものとし、各振動軸に 45° づつの方向に振った場合の 1 時間後の梢円の横振れを計算した。これから、振動軸のずれがごくわずかでも梢円の横振れは十分敏感に発生することがわかる。実験では、横振れは 1 時間後 1 cm にもなり、実際にはその他の原因も複雑に関係していると思われる。

表 2 位相のずれの周期 T および 1 時間後の横振れ b

振動軸のずれ $\Delta l (\mu\text{m})$	周 期 $T (\text{h})$	1 時間後の横振れ $b (\text{mm})$
2.0×10^2	5.4×10^2 (2.3日)	7.4×10^3
2.0×10	5.4×10^2 (22.5 '')	7.4
旧 リング 9.4	1.15×10^3 (48 '')	3.5
新 リング 5.0	2.16×10^3 (90 '')	1.9
1.0	1.08×10^4 (450 '')	3.7×10^{-1}

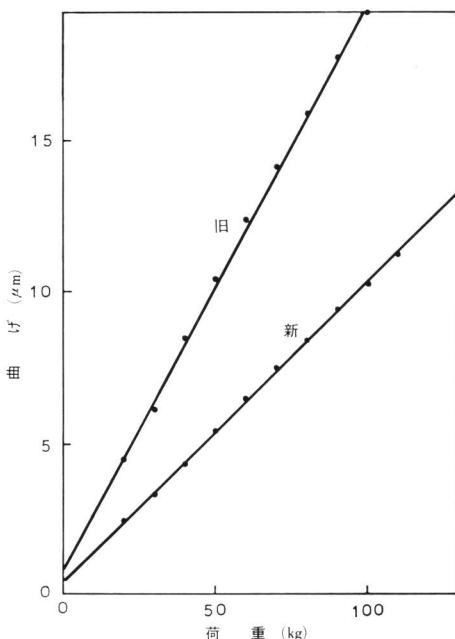


図 8 新旧支持装置の中間リングの荷重による曲げ

振動面の回転への橙円運動の影響

球面振り子では、振幅の長半径、短半径をそれぞれ $\theta_1, \theta_2 \text{ rad}$ とすると、1 振動当り

$$(3/4)\pi\theta_1\theta_2 \text{ (rad)}$$

づつ橙円の回転と同方向へ回る性質がある(坪井, 1942). 振幅と横振れを θ_1, θ_2 へ代入して 1 振動当りの回転角を計算し、これを平均として 30 分当りの振動数と掛け合わせて橙円運動による回転角を得る。各時刻のそれと地球の自転による回転角を加え、30 分毎に振り始めから積算していくと、橙円運動の影響を含めた振動面の回転の状況を計算できる。

図 7 のとおり、計算値と観測値はよく一致する。新振り子が旧振り子と比べて回転角の誤差が大きいのは、振幅が大きいためと、振り始めで横振れが発達したためであろう。

振動面の観察 振動面の観察用スケールは、長さ 150 cm 幅 20 cm のプラスチック板に直線を引き、目盛盤の中心で自由に回転するようにしたものである。昭和 9 年当時も同様の装置が使われたようだが、装置が簡単な割には非常にわかり易く、数回の振動で振動面の回転が認められた。

プラスチック小柱は、すでに昭和 45 年に展示に導入された方法であるが(村内・浅沼, 1970), 今回は小柱を 10 分毎に置いて試みた。小柱には、直径 8 mm 高さ 30 mm のプラスチックの円柱を用いたが、予想に反して倒れにくく改良の余地がある。

粉体の山を棒の先端で搔き切って行う振動面の観察は、フーコーが行った盛り砂による方法にならったものである(BERGET, 1923)。振動面の短時間の観察に向いており、振動するたびに粉体の山が削り取られてゆくのが観察された。今回は、粉体には食用の澱粉を用いたが、材料は検討の余地がある。

以上の 3 つの方法は、いずれも視覚的に明解で、振動面の回転を観察し理解するのに優れている。

振動面をランプで表示する方法は、おそらく当館が初めてであろう。振動面がランプ表示ではっきりわかるので見やすく、小道具を扱う作業がないので常設展示の方法として有利である。センサの感度のばらつきのため、点灯時間間隔に±3分程度の誤差がある。正確な振動方向の検出と表示、時間間隔の短縮などが今後の課題である。

振動の始動は、電磁石を球面に合わせて加工したため、腕が正しく球の中心へ向かい、首振りの少ない安定した始動ができた。

5. 結 語

今回のフーコー振り子の改良では、実験と検討の後、支持装置を新たに設計し、球の大きさや材料に変更を行ったが、振動の減衰や梢円運動の発生を改善するに至らなかった。しかし、吊り線の空気抵抗の重要性、リングの曲げの影響などが明らかになった。支持装置の摩擦抵抗と振り子の空気抵抗がどのような割合で減衰に影響を及ぼしているかは解決できなかった。また、梢円運動の発生についても、中間リング以外の原因は解明できなかった。これらが解決されれば、振り子の設計製作に役立つであろう。

今後、当館以外のフーコー振り子についても調査を行い、それらを比較しながら減衰や梢円運動を解明してゆきたい。

6. 謝 辞

本改良は、昭和55年度展示整備費により実行された。企画、実行などの実務面は当館事業部技術課（主に稻木棟夫、本田省二両氏）が担当した。ここに、数々のご助言をいただいた千葉大学理学部の浅沼俊夫氏、荷重試験にご協力いただいた港精機研究所の菅原由夫氏、振動実験にご協力いただいた株式会社サテライトの持木正隆、高橋昭二郎両氏、他関係諸氏に厚く感謝の意を表します。

Summary

The Foucault's Pendulum in the National Science Museum was replaced by a new improved model in January–April 1981.

Before that, some theoretical investigation and experiments, such as measurements of the damping rate and elliptical motion were carried out. We have compared two kinds of suspension. One is the “bolt type” in which the upper end of the wire is simply fixed by a bolt. Another is the “knife edge type” in which the wire is suspended by a ring equipped with double knife edges. The measurements of both the damping rate and the elliptical motion of the pendulum showed that the knife edge type is slightly better.

In consideration of the result of the experiments, the bob and the wire changed in size and material, and the suspension ring was improved. The length of the new pendulum is 1950 cm, about 50 cm than before, and the new bob was made of stainless steel instead of lead. Stainless steel is less dense than lead but it is more suitable for the precise shaping and fine finish. The new bob is 23 cm in diameter, 3 cm longer than the old one.

The writer designed a new suspension ring to increase the rigidity as shown in

Figure 4. The formance of new pendulum is almost satisfactory but no remarkable decrease of damping rate and elliptical motion were observed.

参考文献

- BERGET, A., 1923. *Le Ciel*. 14–17. Paris, Librairie Larousse.
村内必典・浅沼俊夫, 1970. 国立科学博物館のフーコー振り子の構造と改良. 自然科学と博物館, **37** (Nos. 11–12): 276–289. 1969.
室田 明, 1969. 応用流体力学. 84–85. 共立出版.
POZDENA, R., 1931. Die neue Aufhängevorrichtung für das Foucaultsche Pendel des Naturhistorischen Staatmuseums in Wien. *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, **51**: 430–434.
鈴木敬信, 1934. 地球の自転とフーコー振子. 自然科学と博物館, No. 53: 16–13, 27, No. 55, 6–10.
坪井忠二, 1942. 振動論. 142–153. 河出書房.